

Tilastolliset menetelmät tähtitieteessä: tentti 09.05.2008

Palautus viimeistään ma 26.05.2008 klo 11.01, Heikki Salo, TÄ 307, heikki.salo@oulu.fi

Planetaaristen renkaiden partikkelit kiertävät lähes ympyrämaisilla radoilla. Poikkeamia ympyräradoista kuvataan kappaleiden eksentrisyyksien e (liittyy kiertotasossa tapahtuviin poikkeamiin) ja inkliinaatioiden i (vertikaaliset poikkeamat) avulla. Teoreettisesti on ennustettu, että

i) e ja i ovat toisistaan riippumattomia

ii) molemmat suureet noudattavat ns. *Rayleigh-jakaumaa* (A ja k vakioita)

$$f(x) = A x \exp(-kx^2), \quad x = e \text{ tai } i \quad (1)$$

Tehtäväsi on testata näiden teoreettisten ennusteiden paikkansapitävyys, käyttäen pohjana renkaiden N-kappaleen simulaatiosta saatuja partikkelijakaumia

0) SIMULAATIO-DATAN LUKEMINEN:

Käytä IDL:n restore-komentoa save-tiedoston lukemiseen:

`restore, 'eksink.save'`

Tiedosto löytyy hakemistosta <http://cc.oulu.fi/~hsalo/EXAM090508>

Tiedostossa on 500 kappaleen eksentrisyys ja inkliinaatio, muuttujanimille `eks` and `ink`.

(HUOM: `eks` ja `ink` yksiköt on valittu niin, että ne edustavat partikkelin episykliliikkeen radiaalista (ae) ja vertikaalista amplitudia (ai), jaettuna partikkelin säteellä; tässä a on keskietäisyys planeetasta. Tämä on hyödyllinen skaalaus, koska episykliamplitudit ovat tyypillisesti 1-10 kappalesäte luokkaa; eksentrisyydet ja inkliinaatiot sinänsä ovat suuruusluokkaa $10^{-8} - 10^{-7}$).

TEHTÄVÄT

1) Ilmaise funktiossa (1) esiintyvät vakiot A ja k neliön keskiarvon $\overline{x^2}$ avulla, niin että funktio edustaa todennäköisyysjakaumaa
(hyödyllinen lauseke: $\int_0^\infty x^{2n+1} \exp(-px^2) dx = n!/(2p^{n+1})$, kun $p > 0$ ja n on positiivinen kokonaisluku).

2) Havainnollista kuvana simulaatiodatan jakaumat, ja laske e ja i jakaumien tärkeimmät tilastolliset tunnusluvut. Vertaa teoreettiseen jakaumafunktioon.

3) Tarkastele e ja i riippumattomuutta, käyttäen sekä 'parametric' että 'non-parametric' testejä.

4) Muotoile teoreettinen hypoteesi koskien e ja i jakaumafunktion muotoa, ja testaa se tilastollisesti. Käytä ainakin kahta eri tilastollista testiä.

5) Luo Rayleigh-jakaumaa noudattavia satunnaislukuja, käyttäen pohjana tasaisesti jakaantuneita satunnaislukuja (IDL:n `randomu`-funktio). Tarkista että luomasi jakauma todella noudattaa haluttua jakaumaa, samalla tavalla millä testasit simulaatiodataa tehtävässä 4)

6) Tarkastele saamiasi tuloksia. Mikä on loppupäätelmäsi, ovatko teoreettiset ennusteet oikeat? Kuinka luotettava pidät tekemääsi päätelmää? Mieti kuinka loppupäätelmän luotettavuutta voisi parantaa esim. uusilla simulaatioilla.

TÄRKEÄÄ: kun teet tilastollisia testejä, selitä *sanallisesti* mitä olet tehnyt ja miksi, sekä mikä on testin lopputulos. Pelkkä ohjelmalistaus/tulostus ei riitä.