

Digitaalinen säätöteoria

MATLAB harjoituksia RST-säädöstä (5h)

Enso Ikonen

Oulun yliopisto, systeemitekniikan laboratorio

November 25, 2008

Harjoituskerran sisältö

- kertausta (15 min)
- Napojensijoittelu 1 (30 min)
- Napojensijoittelu 2 (15 min)
- Napojen ja nollien sijoittelu 1 (30 min)

lounastauko klo 11–12

- RST-säätösuunnittelun MATLAB-koodit (45 min)
- Napojen ja nollien sijoittelua (20 min)
- Bonustehtäviä (45 min)

Harjoituksia voi tehdä yksin tai pareittain; alun kertauksen jälkeen omaan tahtiin. MATLAB-koodausta käydään läpi ruokatauon jälkeen.

1 Kertausta

Harjoitellaan digitaalisen RST-säätimen

$$S(z^{-1})U(z^{-1}) = T(z^{-1})Y^*(z^{-1}) - R(z^{-1})Y(z^{-1}).$$

suunnittelua napojensijoittelua käyttäen.

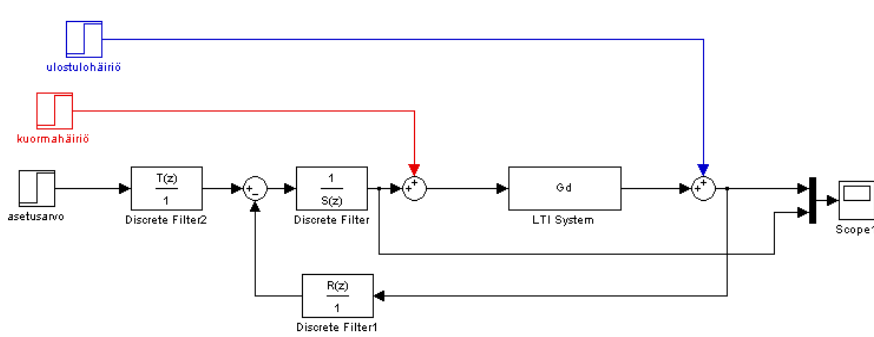
Yleinen proseduuri voi olla seuraavanlainen (tilanteisiin soveltaen):

1. Muodosta prosessille jatkuva-aikainen siirtofunktioimalli $\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)$. Tämä voi vaatia taseyhtälöiden muodostamista, malliyhtälöiden linearisointeja, differentiaaliyhtälöiden Laplace-muuntamisia, tms.
2. Selvitä ja päätä mitä säädetyn prosessin käyttäytymiseltä vaaditaan (speksit). Usein haluttu käyttäytyminen voidaan kuvata ensimmäisen (aikavakio) tai toisen kertaluvun prosessin vasteena (luonnollinen taajuus ω_n ja vaimennus ζ), $G^*(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$. Mieti mihin et voi tai et halua vaikuttaa: viiveet, epästabiilit navat, tms. Mieti ovatko reguloinnin vaatimukset erilaiset kuin asetusarvomutostilanteiden vaatimukset. Mieti onko pysyvän tilan virhe sallittua.
3. Määrää sopiva mittausväli h . Tavallisesti 4...10 mittausta per kertaa suljetun piirin nousuaika (t_r) on sopiva, $t_r = \frac{2.16\zeta + 0.6}{\omega_n}$.
4. Diskretoi prosessin malli, $\frac{Y(z^{-1})}{U(z^{-1})} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$. Lähes aina on järkevää olettaa nollannen kertaluvun pito. Tällöin voit käyttää joko pulssinsiirtofunktioiden taulukoita, tai kaavaa

$$\overline{G}(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\},$$

tai laskea numeeriset arvot MATLABilla.

5. Kirjoita haluttu käyttäytyminen diskreettiin muotoon, $z = e^{sh}$. Napojensijoittelussa riittää karakteristisen polynomin $P(z^{-1})$ määrääminen. Jos haluat erilaiset käyttäytymiset regulointiin ja asetusarvomutoksiin, määrää molemmat.
6. Muodosta RST-säädin (kts luku 1.1).
 - (a) Määrää ratkaistavien polynomien R ja S (tai S') asteluvut.
 - (b) Ratkaise R ja S polynomien kertoimet. Muodosta ensin yhtälöryhmä. Voit ratkaista kertoimet vaikkapa Sylvesterin matriisin avulla.
 - (c) Muodosta lopulliset polynomit R ja S . Tämä voi vaatia S-polynomin täydentämistä integraattorilla tai kumottavilla nollilla, tai vaikkapa filteriä laskennan robustisuuden parantamiseksi.
 - (d) Ratkaise polynomi T . Usein skaalaus riittää, tai sitten voit vaihtaa suljetun piirin dynamiikan halutuksi.
7. Testaa säädön toimintaa simuloinnein tai analyttisesti. Tarkista ainakin speksattu käyttäytyminen, mutta myös säädetyn systeemin ja säätimen stabiilisuus tavallisissa asetusarvomutoksissa (esim askel) ja häiriötilanteissa (esim. askeleet kuorma- ja ulostulohäiriöissä). Palaa takaisin aiempiin vaiheisiin jos tarvetta on.



RST-säädin.

1.1 Pikakertaus RST-säädön suunnittelusta.

RST-säädöllä suljetulle piirille saadaan $Y = \frac{BT}{AS+BR}Y^*$.

- Napojensijoittelussa ratkaistaan Diophantoksen yhtälö

$$A(z^{-1})S(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = P(z^{-1}).$$

jossa on oletettu että B sisältää viiveen (d ensimmäistä kerrointa ovat nolliä).

- Napojen ja nollien sijoittelussa Diophantos saadaan jakamalla nollat kumottaviin (B^+) ja jätettäviin (B^-), $B = B^+B^-$. Systeemin nollat B^+ kumoutuvat jos ne sisällytetään napoihin.

$$A(z^{-1}) \underbrace{S(z^{-1})}_{B^+S'} + \underbrace{B(z^{-1})}_{B^+B^-} R(z^{-1}) = B^+(z^{-1})P(z^{-1})$$

Jos S laitetaan sisältämään nollat B^+ , niin yhtälöstä B^+ :t sieventämällä saadaan uudeksi Diophantoksen yhtälöksi:

$$A(z^{-1})S'(z^{-1}) + B^-(z^{-1})R(z^{-1}) = P(z^{-1})$$

Ratkaistaan siitä S' ja R . Säätimeksi saadaan $S = B^+S'$ sekä R .

- Säädin voi sisältää myös integraattorin, joka voidaan toteuttaa asettamalla $S = S'\Delta$:

$$\underbrace{A(z^{-1})(1-z^{-1})}_{A\Delta \text{ merkitään } A^* \text{ :llä}} S'(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = P(z^{-1}).$$

Diophantoksen yhtälöiksi tulee napojensijoittelussa

$$A^*(z^{-1})S'(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = P(z^{-1}).$$

mistä ratkaistaan S' ja R , säätimen S-polynomiksi tulee $S = S'\Delta$.

Jos myös nolliä sijoitellaan uusiksi, Diophantokseksi tulee

$$A^*(z^{-1})S'(z^{-1}) + B^-(z^{-1})R(z^{-1}) = P(z^{-1})$$

Taas ratkaistaan S' ja R , säätimen S-polynomiksi tulee $S = S'B^+\Delta$.

- Polynomiksi T voidaan valita $t_0 = \frac{\sum_{i=0}^{n_P} p_i}{\sum_{i=0}^{n_B} b_i}$.

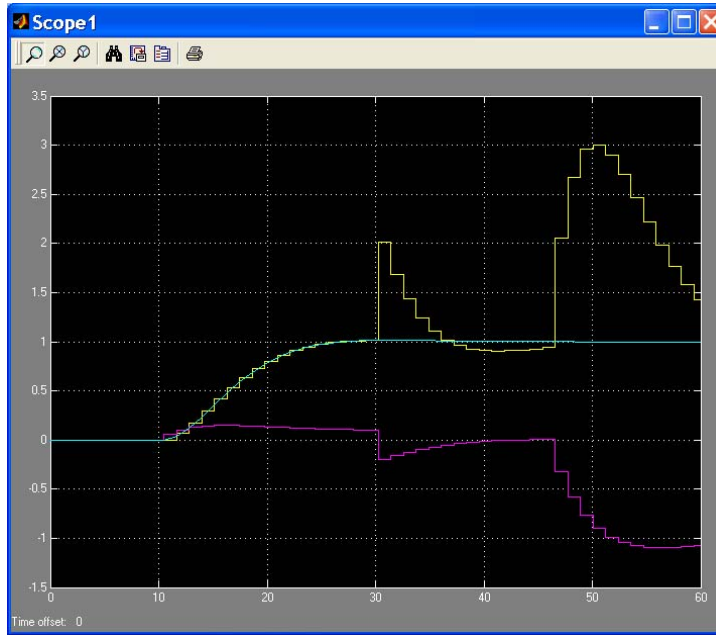


Figure 1: Simuloitu suljetun piirin käyttäytyminen: ulostulo (kelt), prosessin ohjaus (magenta) ja haluttu käyttäytyminen (cyan - vain asetusarvomuuos). Askel asetusarvossa ($t=10$), ulostulossa ($t=30$) ja kuormassa ($t=45$).

2 Napojensijoittelu 1

2.1 Tehtävä

Prosessin käyttäytymistä kuvaa seuraava differentiaaliyhtälö

$$10 \frac{dy}{dt}(t) + y(t) = 10u(t)$$

Suunnittele RST säädin käyttämällä napojen sijottelua. Säätimen tulee poistaa askelmaisen häiriön vaikutus tasapainotilassa, suljetulle piirille halutaan ominaistajuus $\omega = 0.25$ rad/s ja vaimennuskerroin 0.8.

2.2 Ratkaisu

Välituloksia:

Arvoidun suljetun piirin nousuajan $t_r = 9.3$ s perusteella valitaan nämpläysväliksi $h = 1.164$ s, jolloin speksien mukaan saadaan karakteristiseksi polynomiksi $1 - 1.5605z^{-1} + 0.6278z^{-2}$. Prosessin pulssinsiirtofunktioksi tulee $G(z^{-1}) = z^{-1} \frac{1.099}{1 - 0.8901z^{-1}}$.

Diophantoksen yhtälön $A(z^{-1})\Delta(z^{-1})S'(z^{-1}) + B(z^{-1})R(z^{-1}) = P(z^{-1})$ ratkaisuuina saadaan $r_0 = 0.2999$ ja $r_1 = -0.2387$. Säätimen polynomeiksi tulee $S(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$, $R(z^{-1}) = r_0 + r_1z^{-1}$.

Suljetun systeemin simulointituloksia on esitetty kuvassa.

3 Napojensijoittelu 2

Prosessin käyttäytymistä kuvaa

$$y'(t) = \frac{1}{5} [-y(t) - 2u(t)]$$

Suunnittele RST säädin käyttämällä napojen sijoittelua kun

- suljetun piirin aikavakioksi halutaan n . sekunti. Säätimeistä halutaan mahdollisimman yksinkertainen.
- haluttu suljetun piirin aikavakio on n . sekunti, ja häiriöiden pitkäaikainen vaikutus tulee poistaa.
- tarkastele a)- ja b) kohdissa suunniteltujen säätimien käyttäytymistä suljetussa piirissä erilaisissa asetusarvo- ja häiriötilanteissa.

3.1 Ratkaisu

- Jos valitaan $h = 0.125$, niin saadaan $R(z^{-1}) = -1.8796$ ja $S(z^{-1}) = 1$.
- Jos valitaan $h = 0.125$, niin saadaan $R(z^{-1}) = -22.13 + 19.75z^{-1}$ ja $S(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$.

4 Napojen ja nollien sijoittelu

Prosessia kuvaa

$$G(s) = \frac{4s + 2}{(5s + 1)(5s + 1)}$$

Suunnittele säädin joka kumoaa nollan ja asettaa suljetun piirin navan $s = -0.1$:een.

4.1 Ratkaisu

Jos valitaan $h = 0.125$, niin saadaan $R(z^{-1}) = 3.2339 - 2.9054z^{-1}$ ja $S(z^{-1}) = 1 - 0.5312z^{-1}$.

5 MATLAB-koodi napojensijoittelua varten

Seuraavaksi rakennetaan makroja ja funktioita RST-säätimen suunnittelussa tehtävien vaiheiden automatisoimiseksi.

5.1 Prosessimallin diskretointi

MATLABin komento `c2d` käyttää oletusarvoisesti nollannen kertaluvun pitoa.

Esim. `sysd = c2d(sysc)`.

5.2 Halutun käyttäytymisen diskretointi

Navat voi siirtää kun muistaa yhteyden s ja z -tasojen välillä: $z = e^{sh}$.

Esim. Jos vektori \mathbf{Ps} sisältää halutun karakteristisen polynomin $P(s)$, saadaan juuret komennolla `zp=exp(roots(Ps)*h)` ja vastaava diskreetti karakteristinen polynomi $P(z)$ komennolla `Pz=poly(zp)`.

5.3 Sämpläysväli nousuajan arviosta

Nousuajan voi arvioida dominoivan aikavakion perusteella. Toisen kertaluvun nollattomalle systeemille tarkemman arvion saa koodaamalla approksimointikaavan $t_r = \frac{2.16\zeta+0.6}{\omega_n}$ (huomaa ehdot $0.3 < \zeta < 0.8$).

5.4 Sylvesterin matriisi (R ja S)

Ratkaisun koodaus on tarkkaa hommaa.. Mahdollinen toteutus voisi mennä näin.

0. Funktio tarvitsee lähtötietoina prosessimallin (polynomit) sekä halutut navat.
1. Selvitä polynomien asteluvut
2. Varmistu polynomien oikeista koosta (täytä nolllilla tarvittaessa)
3. Muodosta Sylvesterin matriisi E
4. Ratkaise $M = \text{inv}(E) * P$
5. Lue R ja S M-vektorista, ja täydennä lisukkeilla (integrointi, kumottavat nolllat, tms)
6. Laske vielä T-polynomi

Esimerkki. `sylvester.m`.

5.5 Säätimen toiminnan simulointi

Simulinkillä voi helposti toteuttaa RST-säädön z^{-1} :n potensseina ilmaistuilla polynomeilla $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ ja $T(z^{-1})$ käyttämällä Discrete Filter -lohkoja. Prosessina voi käyttää joko alkuperäistä jatkuva-aikaista prosessimallia (suositeltavaa, koska silloin mahdolliset ongelmat sämpläysväliissä saadaan selville), tai diskretoitua säätösuunnittelun pohjana ollutta versiota

$$\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}.$$

6 Napojen ja nollien sijoittelua

6.1 Tehtävä a) Laske uudelleen

Laske uudelleen aiempien tehtävien säätimen parametrit, käyttäen nyt MATLAB-ohjelmiasi. Saitko samat tulokset?

6.2 Tehtävä b) Napojen sijoittelu

b) Prosessia kuvaa tilamalli

$$\begin{cases} x_1'(t) = -\frac{1}{5}x_1(t) + x_2(t) \\ x_2'(t) = -\frac{1}{5}x_2(t) - \frac{2}{25}u(t) \end{cases}$$

Suunnittele napojensijoittelusäädin kun suljetun systeemin karakteristiseksi polynomiksi halutaan $P(s) = s^2 + s + 1$. Tarvitaanko säätimeen integraattoria pysyvän tilan poikkeaman eliminoimiseksi?

6.3 Tehtävä c) Napojen ja nollien sijoittelu

Prosessia kuvaa

$$G(s) = \frac{4s - 2}{(5s + 1)(5s + 1)}$$

Suunnittele säädin joka kumoaa nollan ja asettaa suljetun piirin navan $s = -0.1$:een. Tutki suljetun piirin ja säätösignaalin käyttäytymistä. Selitä havaintosi.

6.4 Ratkaisuja

a)

b) Jos valitaan $h = 0.21$, saadaan $S = 1 - 0.0656z^{-1}$ ja $R = -47.33 + 36.15z^{-1}$.

c) Jos valitaan $h = 1.25$, saadaan $S = 1 - 1.95z^{-1}$ ja $R = 6.57 - 5.90z^{-1}$. Prosessin ulostulo seuraa asetuservoa, mutta ohjaussignaali...

7 Bonustehtäviä

Valitse vapaasti seuraavista.

7.1 PID-säätö

Olisi mukavaa jos säätimen voisi implementoida PID-säätimenä

$$u(t) = K_P \left[e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int e(\tau) d\tau + \tau_D \frac{de}{dt} e(t) \right].$$

Muistetaan, että PID-säädössä $R = T$, lisäksi napoja ja nollia pitää olla sopiva määrä.

Tutki aiempien tehtävien RST-säätimiä. Jos niitä yrittäisi kirjoittaa PID-muotoon, mitkä silloin olisivat PID-säätimen parametrit.

7.2 Mallinnusvirheet

Tutki kuinka mallinnusvirheet vaikuttavat RST-säädön suorituskykyyn. Testaa simuloimalla esim. virhettä vahvistuksessa tai navoissa, kun teet askelvasteita asetusrvoon tai häiriöihin.

7.3 Suljetun piirin siirtofunktiot

Johda RST-säädöllä suljetun piirin siirtofunktiot asetusrvosta, ulostulohäiriöstä sekä kuormahäiriöstä. Johda siirtofunktiot sekä prosessin ulostuloon, että säätimen ulostuloon.

7.4 Kahden vapausasteen säädin

Suunnittele säädin jonka reguloinnin karakteristinen polynomi poikkeaa asetusrvokäyttäytymisestä.