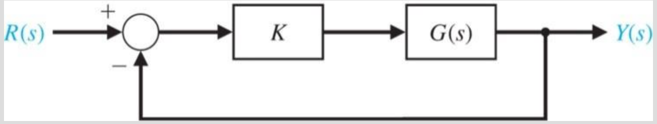
Harjoitus

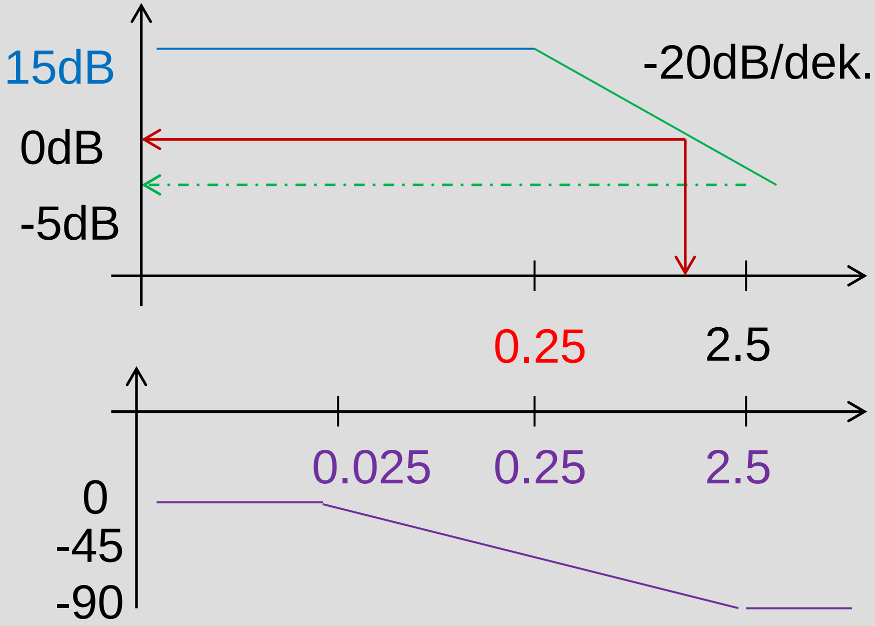
stabiilisuusvarat Bode-kuvaajassa (5min)

$$G(s) = \frac{2}{4s+1}, K = 3$$

Tutki kuvan järjestelmän stabiilisuutta Bode-kuvaajan avulla.



Onko järjestelmä stabiili?



Approksimoidaan:

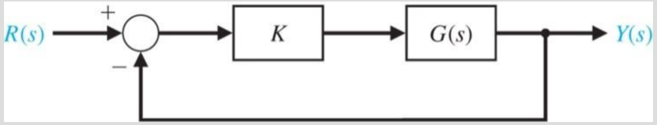
- vahvistuskuvaaja taittuu ¼ rad/s kohdalla
  - vas. puolella 2K = 15dB
  - oik. puolella -20dB/dekadi
- vaihekuvaaja
  - alkaa laskea nollasta 0.1x¼ rad/s kohdalla
  - -45^{o} ¼ rad/s kohdalla
  - lähestyy -90^{o} 10x ¼ rad/s kohdalla
- Saadaan karkeasti ylimenotaajuudeksi 2 rad/s+, ja vaihevaraksi 90^{o}+

Piirretään Matlabilla: `margin`

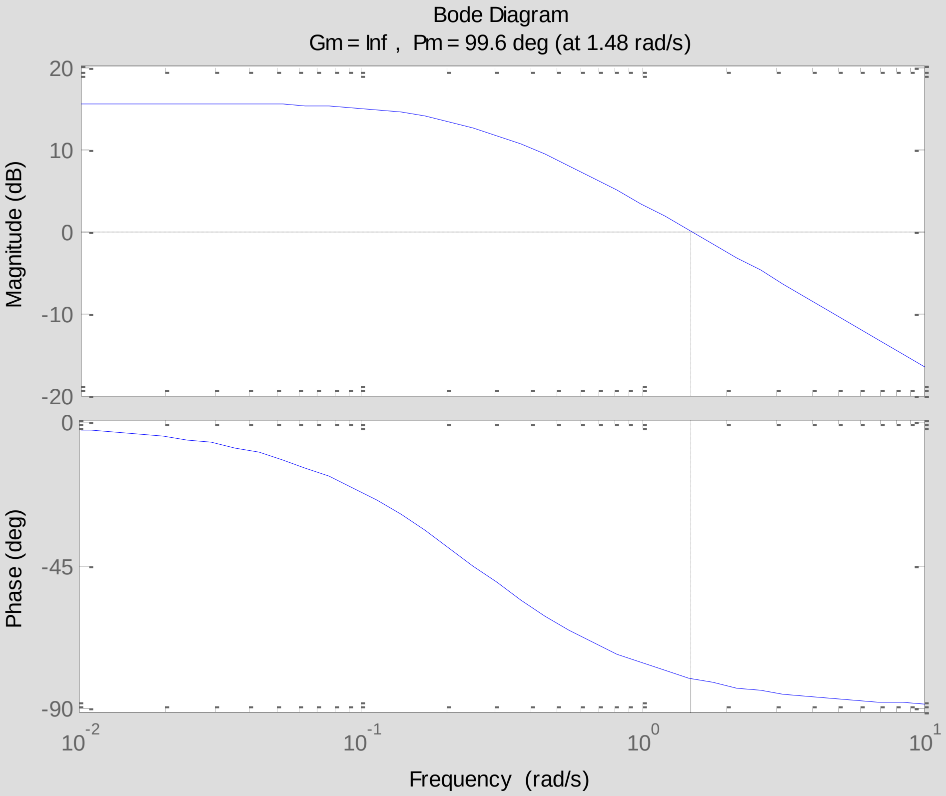
Harjoitus
stabiilisuusvarat Bode-kuvaajassa

$$G(s)=\frac{2}{4s+1}, K=3$$

Tutki kuvan järjestelmän stabiilisuutta Bode-kuvaajan avulla.

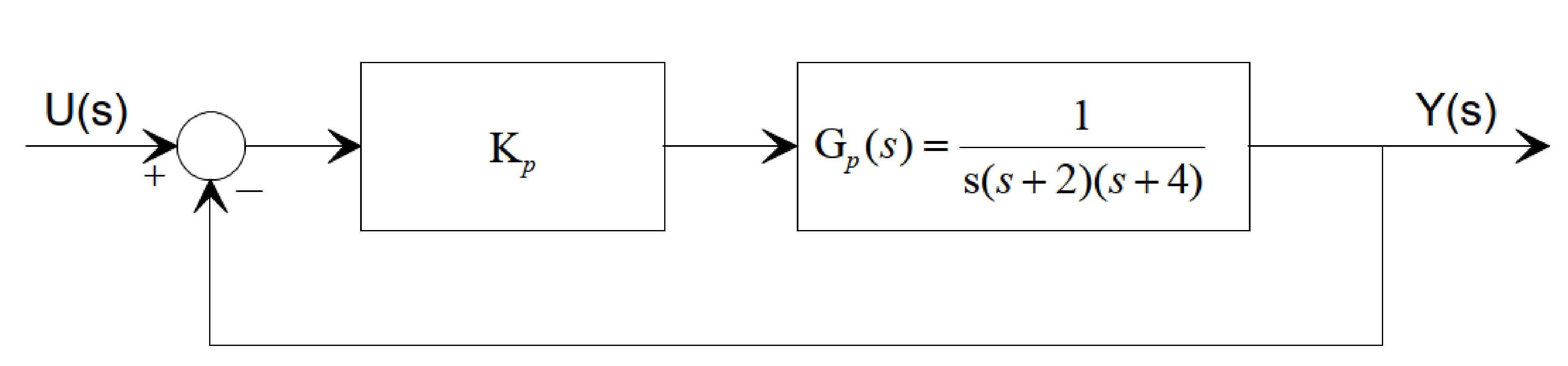


Onko järjestelmä stabiili?
vahvistusvara $G_m = \infty$
vaihevara $P_m > 90^o$



Harjoitus

Vahvistuksen vaikutus marginaaleihin / Bode (10 min)

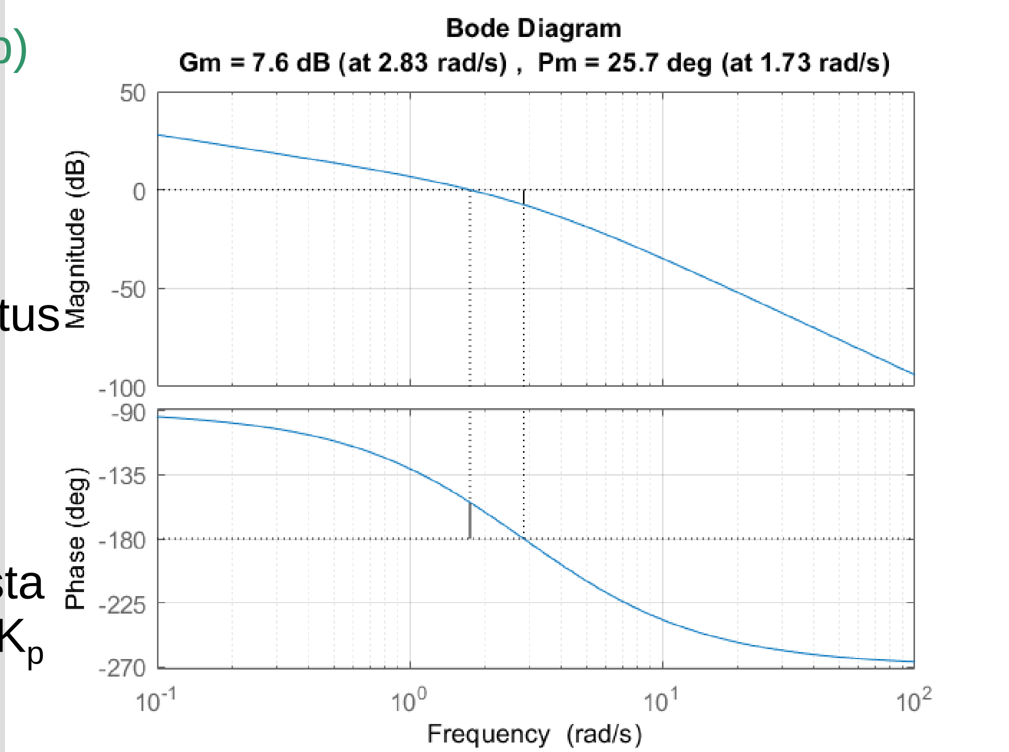


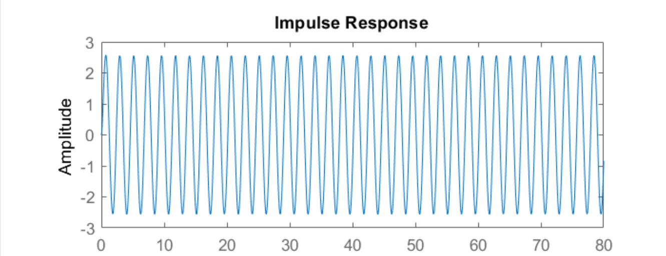
- a) Piirrä kuvan järjestelmän Bode-diagrammi kun K_p=20
- b) Määritä vahvistus- ja vaihevara.
- Millä vahvistuksen K_p arvolla..
- c) ..järjestelmä värähtelee kriittisesti. Mikä on taajuus?
- d) ..vahvistusvara on 6dB?
- e) ..vaihevara on 35^o?

Harj. ratkaisu

Vahvistuksen vaikutus marginaaleihin

- a-b) Bode + Vaihe- ja vahvistusvarat?
  Piirretään Bode kun K_p=20. margin(Gp)
- Luetaan Gm=7.6dB, Pm=25.7º.
- c) Kriittinen värähtely?
  nostetaan vahvistusta 7.6dB
  => kriittinen värähtely.
  10^7.6/20 = 2.4, joten kriittinen vahvistus on 2.4K_p = 48.
- impulse(feedback(48*Gp,1))
- d) 6dB vahvistusvara
  Kun K_p=20, Pm=7.6dB
  => 6dB marginaali säilyy jos vahvistusta nostetaan 1.2dB. 10^1.2/20 = 1.2. 1.2K_p = 24.
- e) 35º vaihevara?
  35º vaihevara kun w=1.42 rad/s.
  => siirretään 0dB sinne.
  Gm(1.42rad/s) = 2.64 dB
  => pienennetään vahvistusta 2.64dB
  10^(2.64/20)= 1.35. 1.35K_p = 14.8.

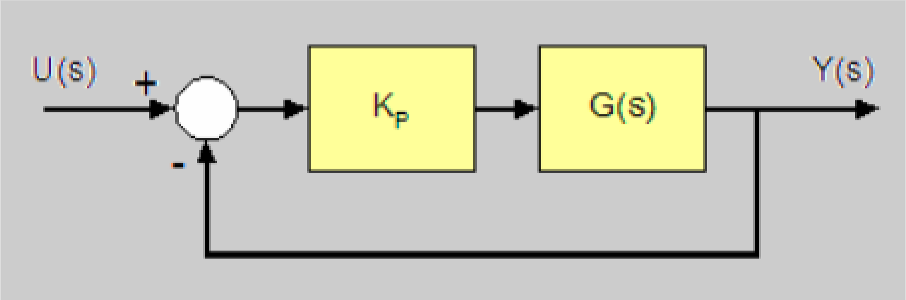




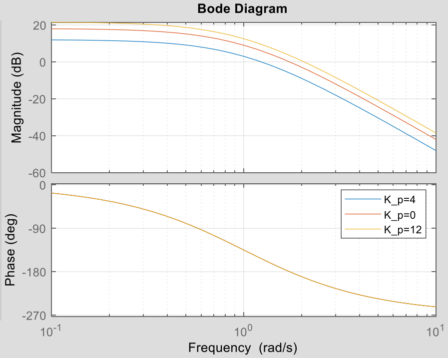
Harjoitus H1

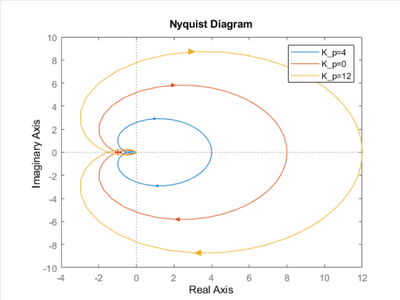
stabiilisuus Bode & Nyquist kuvaajista (10 min)

- Tarkastele kuvan yksikkötakaisinkytketyn järjestelmän Y(s)/U(s) stabiilisuutta, kun $G(s) = 1/(s+1)^3$ ja $K_p = \{4,8,12\}$:

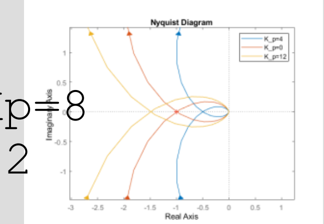



```
>> G = tf(1,conv([1 1],...
     conv([1 1],[1 1])));
>> Kp = 4;
>> margin(Kp*G);
>> nyquist(Kp*G);
>> step(Kp*G/(1+Kp*G));
```






```
stabiili kun Kp=4
marg. stabiili kun Kp=8
epästabiili kun Kp=12
```



https://coursebackup.aalto.fi/as/Verkkokurssit/AS-74.2111/taajuusanalyysi/oppitunti8/stabiilisuuskriteeri.html

Harjoitus H2

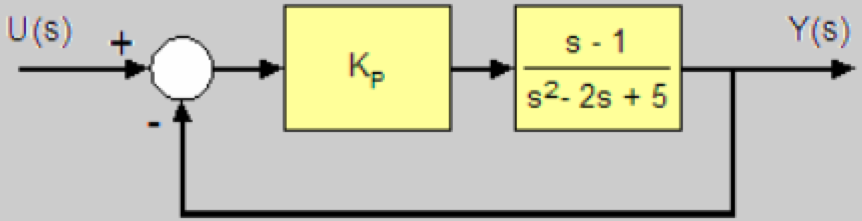
stabiilisuus Nyquist (& Bode) kuvaajasta

- Tarkastele kuvan yksikkötakaisinkytketyn järjestelmän stabiilisuutta, kun
  $K_p = \{1,4,7\}$:

Prosessin siirtofunktiolla on kaksi napaa (1 ± 2 i) oikeassa puolitasossa.

$$G(s) = \frac{s-1}{s^2 - 2s + 5}$$

Prosessia säädetään P-säätimellä.



https://coursebackup.aalto.fi/as/Verkkokurssit/AS-74.2111/taajuusanalyysi/oppitunti8/stabiilisuuskriteeri.html

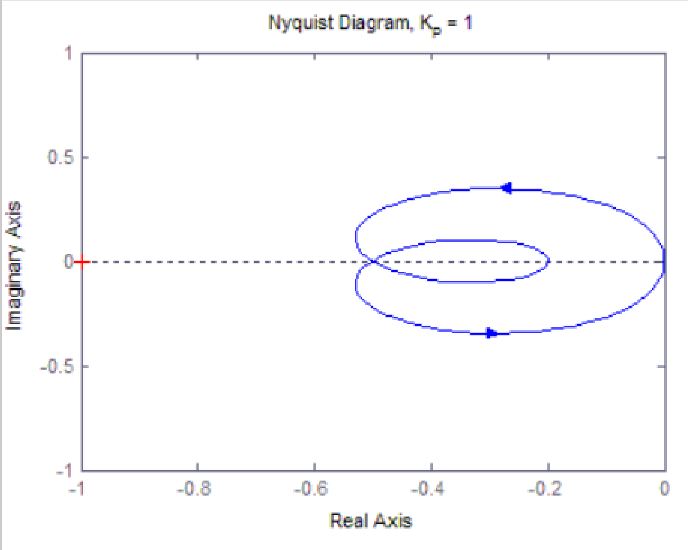
H2 tarkastelu 1/3: stabiilisuus Nyquist kuvaajasta

Avoimen silmukan siirtofunktio on

$$G(s) = \frac{K_P(s-1)}{s^2 - 2s + 5}$$

Tutkitaan onko säädetty järjestelmä stabiili vahvistuksen arvoilla K_P = 1, 4 ja 7. Koska avoimella simukalla on kaksi napaa oikeassa puolitasossa, Nyquisitin diagrammin täytyy kiertää piste -1 kaksi kertaa vastapäivään, jotta takaisinkytketty järjestelmä olisi stabiili. Piirretään Nyquistin diagrammit Matlabilla kullakin parametrin arvolla.

```
>> sys1 = tf([1 -1], [1 -2 5]);
>> sys2 = tf(4*[1 -1], [1 -2 5]);
>> sys3 = tf(7*[1 -1], [1 -2 5]);
>> nyquist(sys1);
>> figure; nyquist(sys2);
>> figure; nyquist(sys3);
```



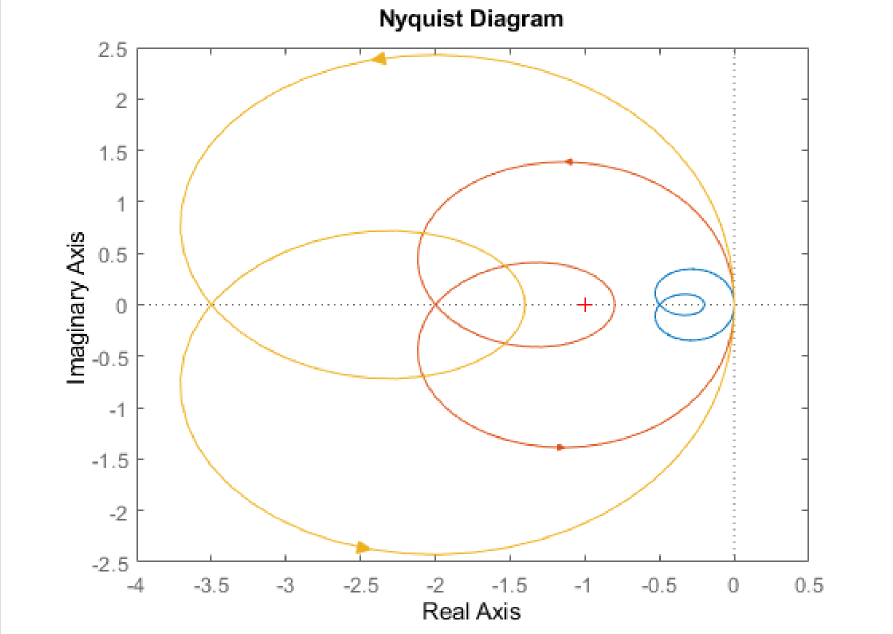
Kun K_P = 1, käyrä ei kierrä pistettä -1 kertaakaan, joten säädetty järjestelmä on epästabiili.

H2 tarkastelu 2/3: stabiilisuus Nyquist kuvaajasta

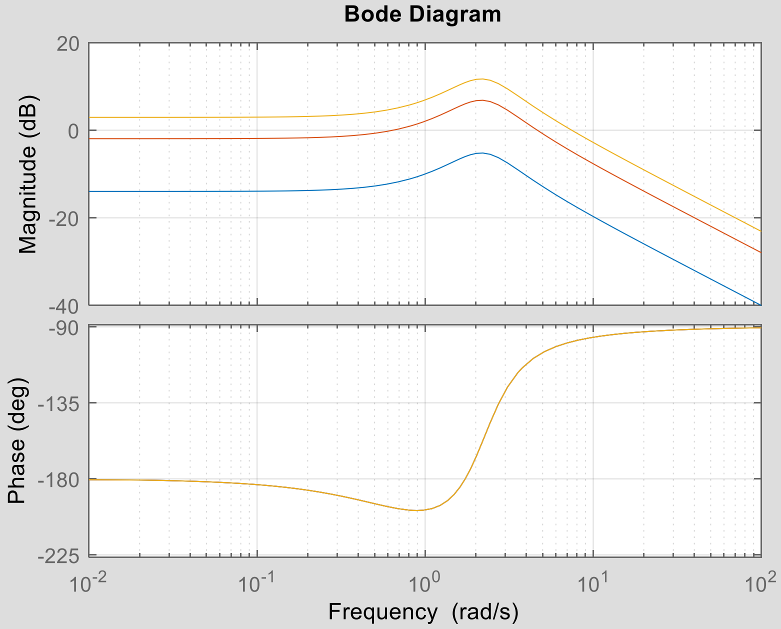
```
>> G=tf([1 -1],[1 -2 5]);
>> Kp = 1; L1 = Kp*G;
>> Kp = 4; L4 = Kp*G;
>> Kp = 7; L7 = Kp*G;
>> nyquist(L1,L4,L7);
>> bode(L1,L4,L7);
>> grid
```

Hox! Bodesta katsotut marginaalit eivät anna oikeaa tulosta!
Koska G on epästabiili, Boden tulkinta taajuusvasteena on ongelmallinen!

K_p=1, K_p=4, K_p=7



K_p=1, K_p=4, K_p=7



Nyt P=2 (G:llä kaksi napaa oik. puolitasossa)
=> epästabiili kun K_p=1, ei kierrä -1:tä.
=> stabiili kun K_p=4, kiertää kahdesti vastapäivään.
=> epästabiili kun K_p=7, kiertää vain kerran

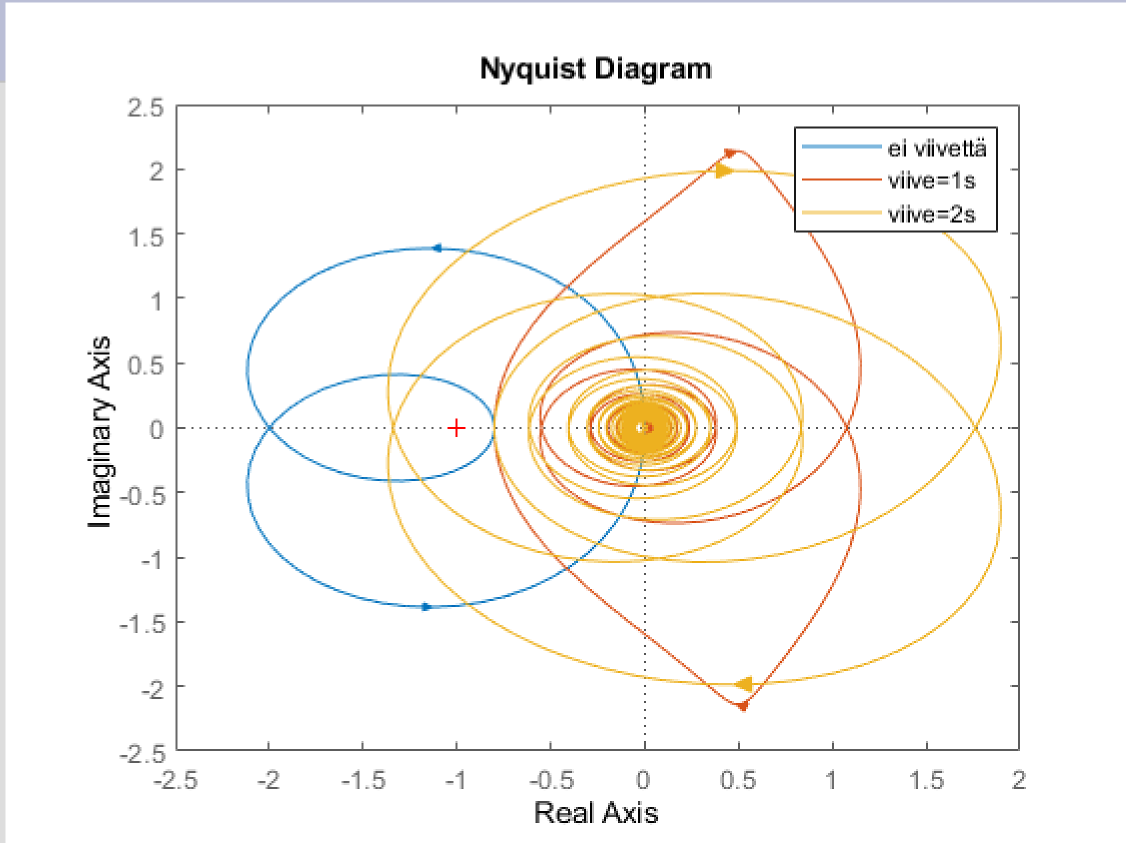
Z = N+P (kiertojen määrä N=-2)

H2 tarkastelu 3/3: stabiilisuus Nyquist kuvaajasta

Entäpä jos prosessissa on viivettä?

$$G(s) = 4\,\frac{s-1}{s^2-2s+5}\,e^{-Ds}$$

missä viive $D = \{0,1,2\}$?



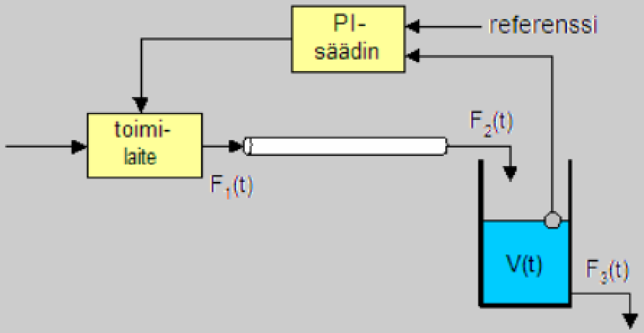
ei viivettä, N=-1 => Z = P+N = 0 => on stabiili
viive = 1, N=0 (ei kierrä) => ei stabiili
viive = 2, N=1 (kiertää pisteen -1 mutta huomaa suunta!) => ei stabiili

Esimerkki: Viivellisen prosessin säätö 1/3

1. Mallinnus
2. Z-N säätösuunnittelu
3. Stabiilisuustarkastelu (Nyquist)
4. Entä jos viive muuttuu 1s->10 s

Viive

Oheisen kuvan säiliön nestemäärää yritetään säätää PI-säätimellä.



Toimilaite on pumppu, joka yhdessä mittauksen kanssa oletetaan ideaaliseksi, eli kummankin siirtofunktio on 1. Toimilaitteen ja säiliön välissä on putkisto, jonka läpi virtaamiseen nesteeltä kuluu 1 sekunti.

Mallinnetaan:

- Poistuva virtaus on suhteessa tilavuuteen:
  $F_3(t) = V(t)$
  jolloin pinnankorkeudelle
  $dV(t)/dt = F_2(t)-V(t)$
  $\Rightarrow sV(s) = F_2(s)-V(s)$
  $\Leftrightarrow V(s)/F_2(s) = G(s) = 1/(s+1)$
- Putkiviiveelle saadaan
  $F_2(t) = F_1(t-1)$
  $\Rightarrow F_2(s) = F_1(s)e^{-s}$
  $\Leftrightarrow F_2(s)/F_1(s) = G_d(s) = e^{-s}$

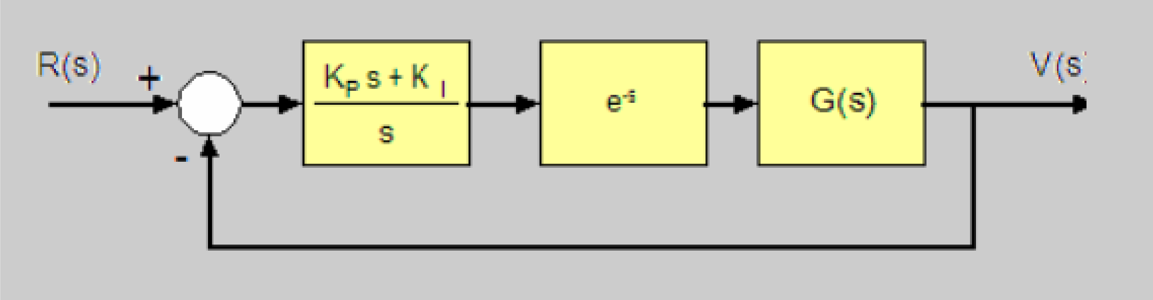
https://coursebackup.aalto.fi/as/Verkkokurssit/AS-74.2111/taajuusanalyysi/oppitunti8/viive.html

Viivellisen prosessin säätö 2/3

PID-säätimen (11)

$$C_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{\tau_I s}\right)(1 + \tau_D s)$$

säädin\parametri	K_P	τ_I	τ_D
P	$\frac{\tau_1}{k_p\,\theta}$	-	-
PI	$0.9\frac{\tau_1}{k_p\,\theta}$	3θ	-
PID	$0.6\frac{\tau_1}{k_p\,\theta}$	θ	θ



- Silmukkasiirtofunktio

$$L(s) = G_{PI}(s)\, G_d(s)\, G(s)$$

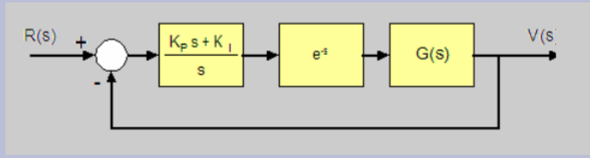
$$= \frac{K_p s + K_i}{s(s+1)}\, e^{-s}$$

- Ziegler-Nichols PI-säätimelle: $G_d G$:n viive =aikavakio =vahvistus =1
-

=> $K_p = 0.9$, $K_i = 0.9/3 = 0.3$

$$L(s) = \frac{0.9s + 0.3}{s^2 + s}\, e^{-s}$$

Viivellisen prosessin säätö 3/3



- Suunniteltu suljettu piiri (viive=1)
  >> L = tf([0.9 0.3],[1 1 0]);
  >> L.InputDelay = 1;
  >> nyquist(L)
  >> step(L/(1+L))

- Jos viive olisikin 10
  >> L1 = L;
  >> L1.InputDelay = 10;
  >> nyquist(L1)
  >> step(L1/(1+L1))

- Tosin Z-N:n mukaan viiveen ollessa 10 myös PI-vahvistuksia tulisi pienentää:
  Kp = 0.09 ja
  Ki = 0.09/30 = 0.003
- mistä edelleen
  >> L10 = tf([0.09 0.003],[1 1 0])
  >> L10.InputDelay = 10;
- Viiveellisen prosessin säätö on paljon varovaisempaa:
  step(L/(1+L),L10/(1+L10))