

Aikataason vaste vs. siirtofunktio

Tehtävä

- Millainen toisen kertaluvun siirtofunktio vastaa systeemiä jonka ylitys on 10% ja asettumisaika 4 min?

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n\zeta s + \omega_n^2}$$

$$M_p = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$t_r \approx \frac{1.8}{\omega_n}$$

$$t_s \approx \frac{4.6}{\omega_n\zeta}$$

Aikataason vaste vs. siirtofunktio

Ratkaisu.

- Millainen toisen kertaluvun siirtofunktio vastaa systeemiä jonka ylitys on 10% ja asettumisaika 4 min?
- Lasketaan z kun $M_p = 0.1$
 $\Rightarrow \zeta = 0.59$

$$M_p = e^{\frac{-\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Leftrightarrow \zeta = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{(\ln M_p)^2}}}$$

$$\gg M_p = 0.1, z = \sqrt{1 / (1 + \pi^2 / (\log(0.1))^2)}$$

- Lasketaan w
 $\Rightarrow \omega_n = 0.0325$

$$t_s \approx \frac{4.6}{\omega_n \zeta} \Leftrightarrow \omega_n = \frac{4.6}{\zeta t_s}$$

$$\gg w = 4.6 / (z * 4 * 60)$$

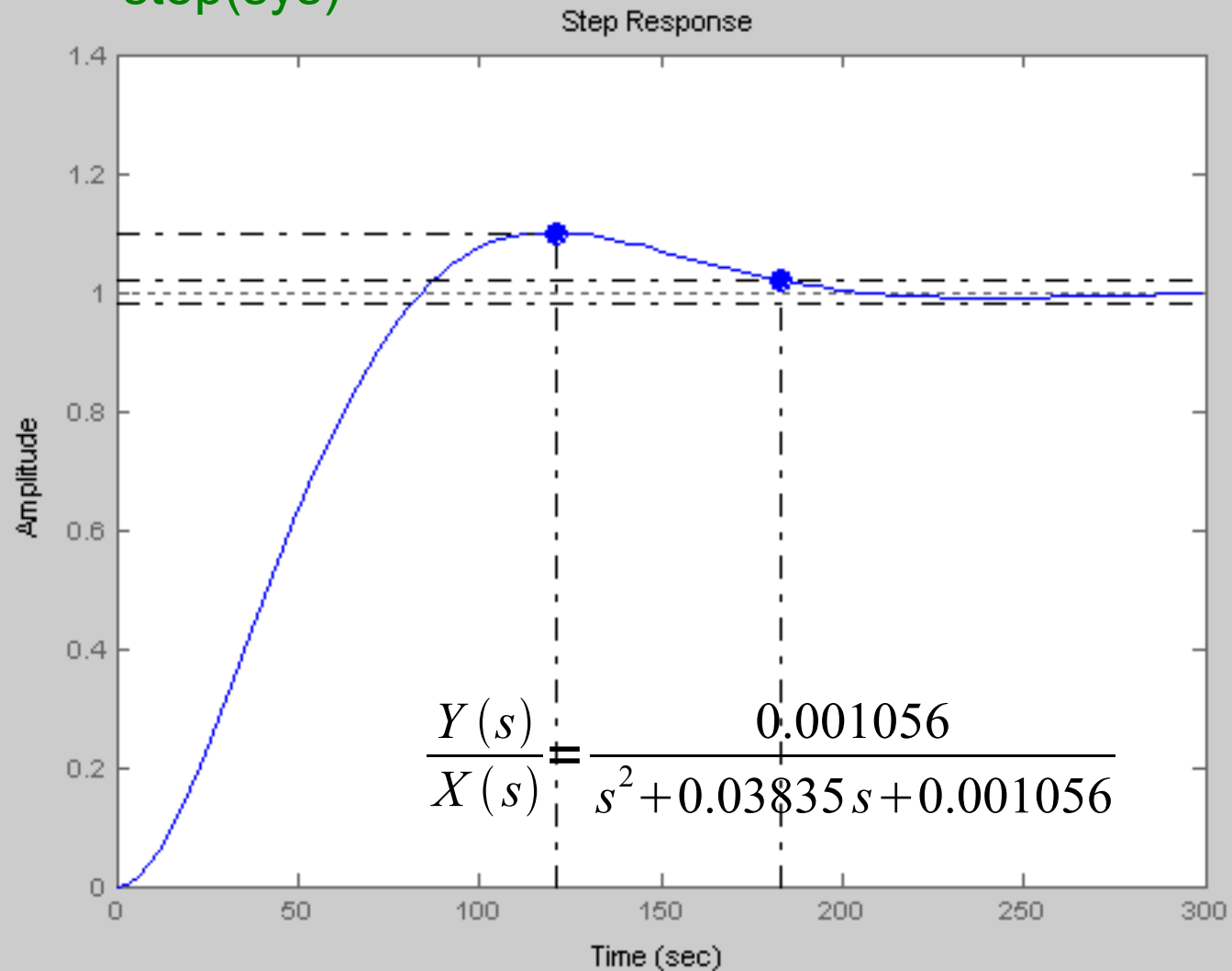
- Sijoitetaan

$$\gg \text{sys} = \text{tf}(w^2, [1 \ 2*w*z \ w^2])$$

Aikataason vaste vs. siirtofunktio

Ratkaisu..

```
>> step(sys)
```



ITAE kriteerin minimoivat navat

Tehtävä

- Minne ITAE kriteerin minimoivat 3. kertaluvun systeemin navat tulisi sijoittaa, jos nousuajaksi halutaan n . puoli minuuttia?

$$\begin{aligned} & s + \omega_n \\ & s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2 \\ & s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3 \\ & s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4 \end{aligned}$$

$$M_p = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad t_r \approx \frac{1.8}{\omega_n} \quad t_s \approx \frac{4.6}{\omega_n \zeta}$$

ITAE kriteerin minimoivat navat

Ratkaisu

- Minne ITAE kriteerin minimoivat **3. kertaluvun** systeemin navat tulisi sijoittaa, jos nousuajaksi halutaan n . puoli minuuttia?
- Vaimentamaton luonnollinen taajuus

$$t_r \approx \frac{1.8}{\omega_n} \Leftrightarrow \omega_n = \frac{1.8}{t_r}$$

$$\omega_n = \frac{1.8}{30} = 0.06 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

$$\Rightarrow s^3 + 1.75 \omega_n s^2 + 2.15 \omega_n^2 s + \omega_n^3$$
$$s^3 + 0.1050 s^2 + 0.0077 s + 0.0002$$

- Navat:
>> den = [1 0.1050 0.0077 0.0002]
>> roots(den)
>> step(tf(1,den))

$$s + \omega_n$$
$$s^2 + 1.4 \omega_n s + \omega_n^2$$
$$s^3 + 1.75 \omega_n s^2 + 2.15 \omega_n^2 s + \omega_n^3$$
$$s^4 + 2.1 \omega_n s^3 + 3.4 \omega_n^2 s^2 + 2.7 \omega_n^3 s + \omega_n^4$$

1. kertaluvun P-säädetty prosessi

Tehtävä

- Tutki 1. kertaluvun P-säädetyin systeemin stabiilisuutta.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K$$

1. kertaluvun P-säädetty prosessi

Ratkaisu

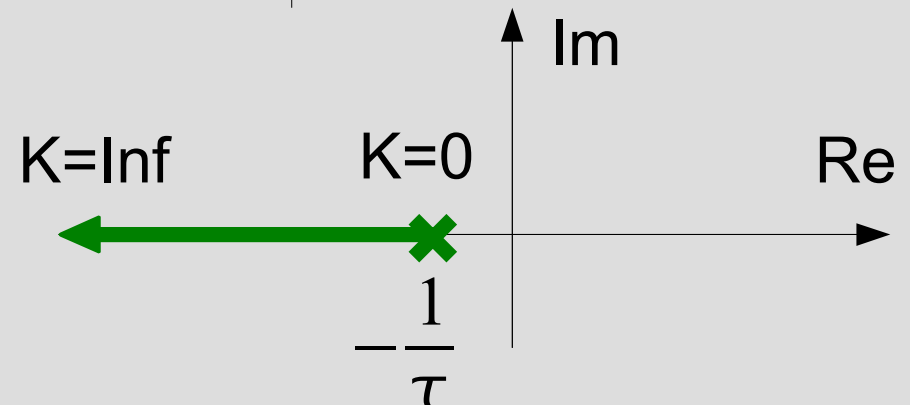
- Tutki 1. kertaluvun P-säädetyin systeemin stabiilisuutta.
- Suljetun piirin navat:

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)}$$

$$\Rightarrow 1 + KG(s) = 1 + \frac{K}{\tau s + 1} = 0$$

$$\Leftrightarrow s = -\frac{K+1}{\tau}$$

	s
$K=0$	$-\frac{1}{\tau}$
$K=1$	$-\frac{2}{\tau}$
:	:
$K=\text{Inf}$	$-\infty$



>> rlocus(tf(1,[10 1]))
systeemi on stabiili kaikille $K > 0$

Aikavakion vaikutus suljetun piirin vasteeseen

Tehtävä

- Tutki millä aikavakion arvoilla suljettu systeemi on stabiili?

$$G(s) = \frac{1}{s(\tau s + 1)}$$

$$C(s) = 2 + \frac{1}{s}$$

Aikavakion vaikutus suljetun piirin vasteeseen

Ratkaisu

- Tutki millä aikavakion arvoilla suljettu systeemi on stabiili?

$$1 + CG = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(2 + \frac{1}{s}\right) \left(\frac{1}{s(\tau s + 1)}\right) = 0$$

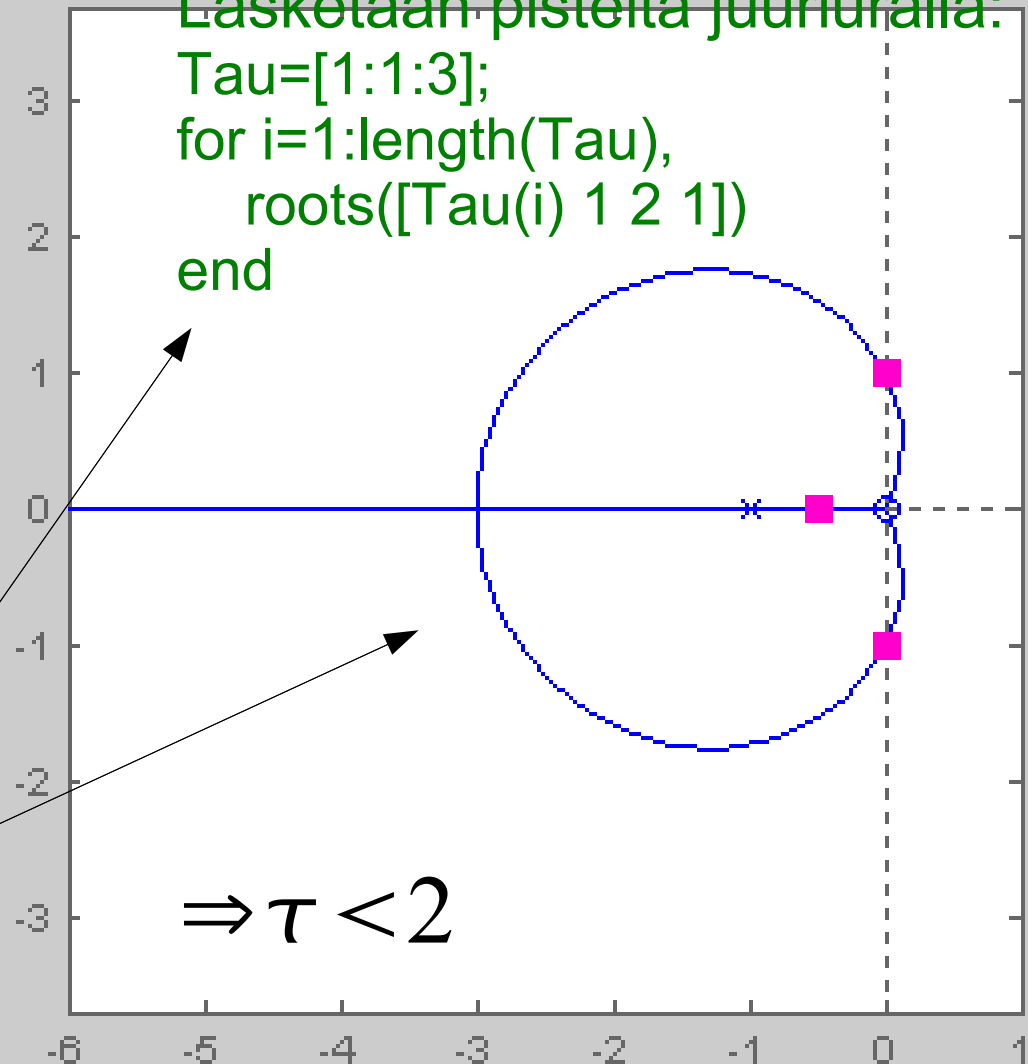
$$\Leftrightarrow 1 + \left(\frac{2s + 1}{s}\right) \left(\frac{1}{\tau s^2 + s}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \tau s^3 + s^2 + 2s + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \tau \frac{s^3}{s^2 + 2s + 1} = 0$$

Root Locus
Lasketaan pisteitä juuriuralla:

```
Tau=[1:1:3];  
for i=1:length(Tau),  
    roots([Tau(i) 1 2 1])  
end
```



$$\Rightarrow \tau < 2$$

P-säädetty 3. kertaluvun prosessi

Tehtävä

- Tutki seuraavan prosessin

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^3 + 1.75s^2 + 2.15s + 1}$$

vastetta P-säädössä.

Tutki komentoa
>> help rlocus

P-säädetty 3. kertaluvun prosessi

Vastaus.

Tutki seuraavan prosessin

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^3 + 1.75s^2 + 2.15s + 1}$$

vastetta P-säädössä.

```
>> den = [1 1.75 2.15 1]
```

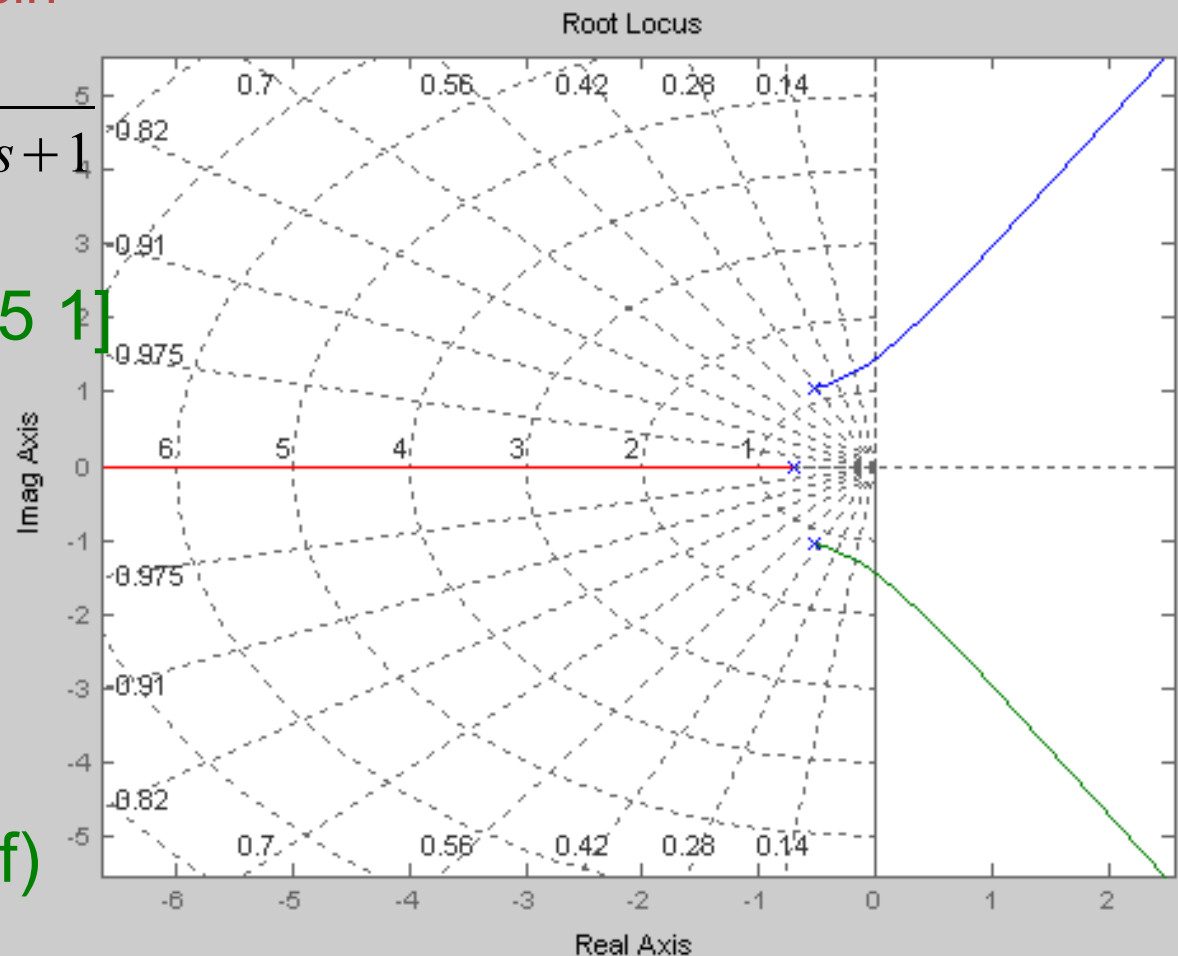
```
>> G = tf(1,den);
```

```
>> rlocus(G);
```

```
>> sgrid
```

```
>> roots(den)
```

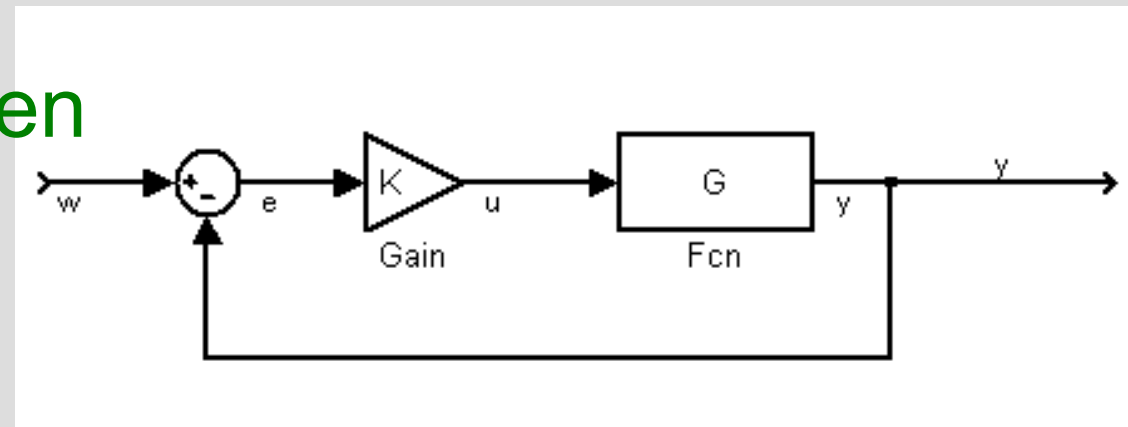
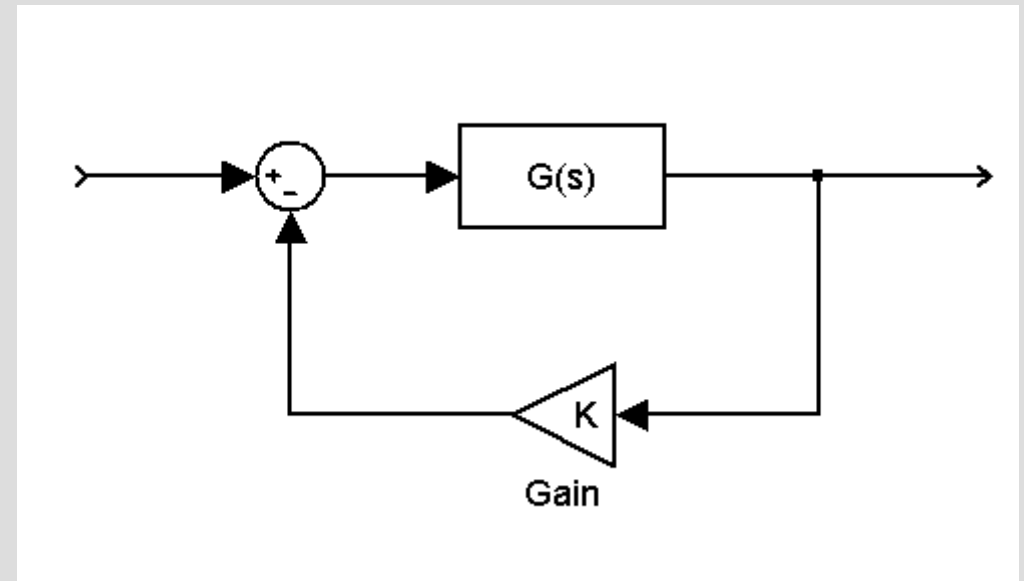
lähtee G:n juurista
kulkee G:n nolliin (inf)
symmetrinen



P-säädetty 3. kertaluvun prosessi

Vastaus..

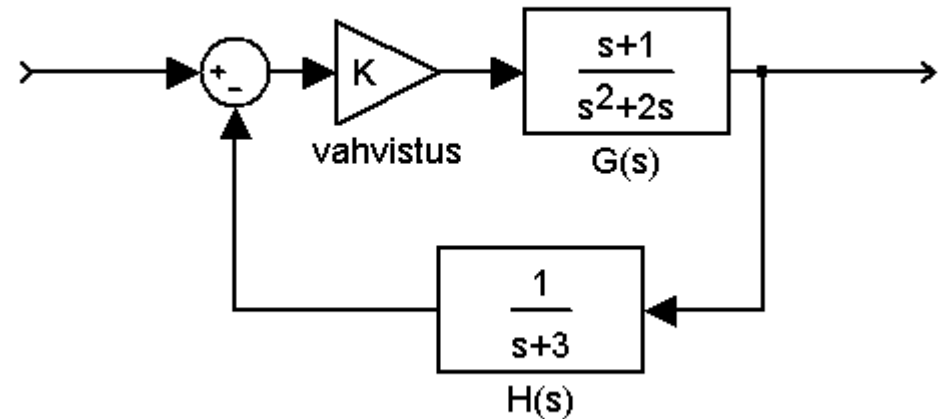
- Help rlocus kertoo analysoivansa lohkokaaviota jossa K on takaisin-kytkentäsignaalissa
- Huomaa, että oheisten systeemien karakteristinen yhtälö on sama $1 + KG(s) = 0$



Juuriuran piirtäminen

Tehtävä

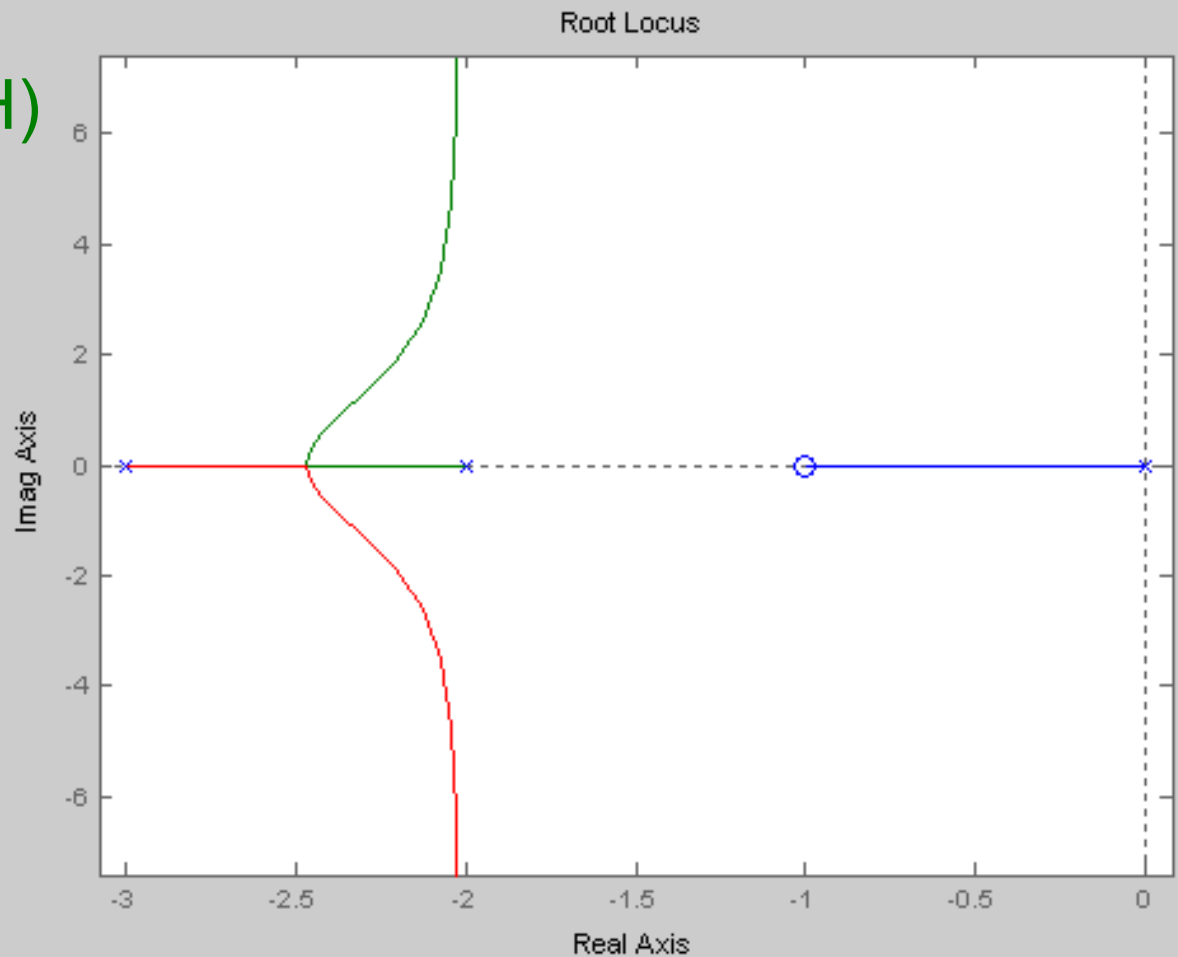
- Tutki vahvistuksen K vaikutusta suljetun piirin käyttäytymiseen.



Juuriuran piirtäminen

Ratkaisu

```
>> sysG = tf([1 1],[1 2 0])  
>> sysH = tf(1,[1 3])  
>> rlocus(sysG*sysH)
```



Nollien vaikutus

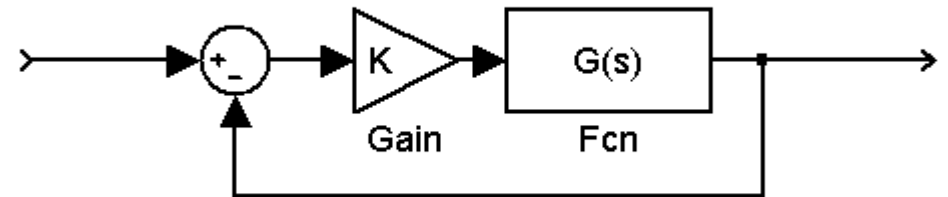
Tehtävä

- Piirrä juuriurat kun
a)

$$G(s) = \frac{1}{s(1+0.4s)(1+0.1s)}$$

b)

$$G(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s(1+0.4s)(1+0.1s)}$$



Nollien vaikutus

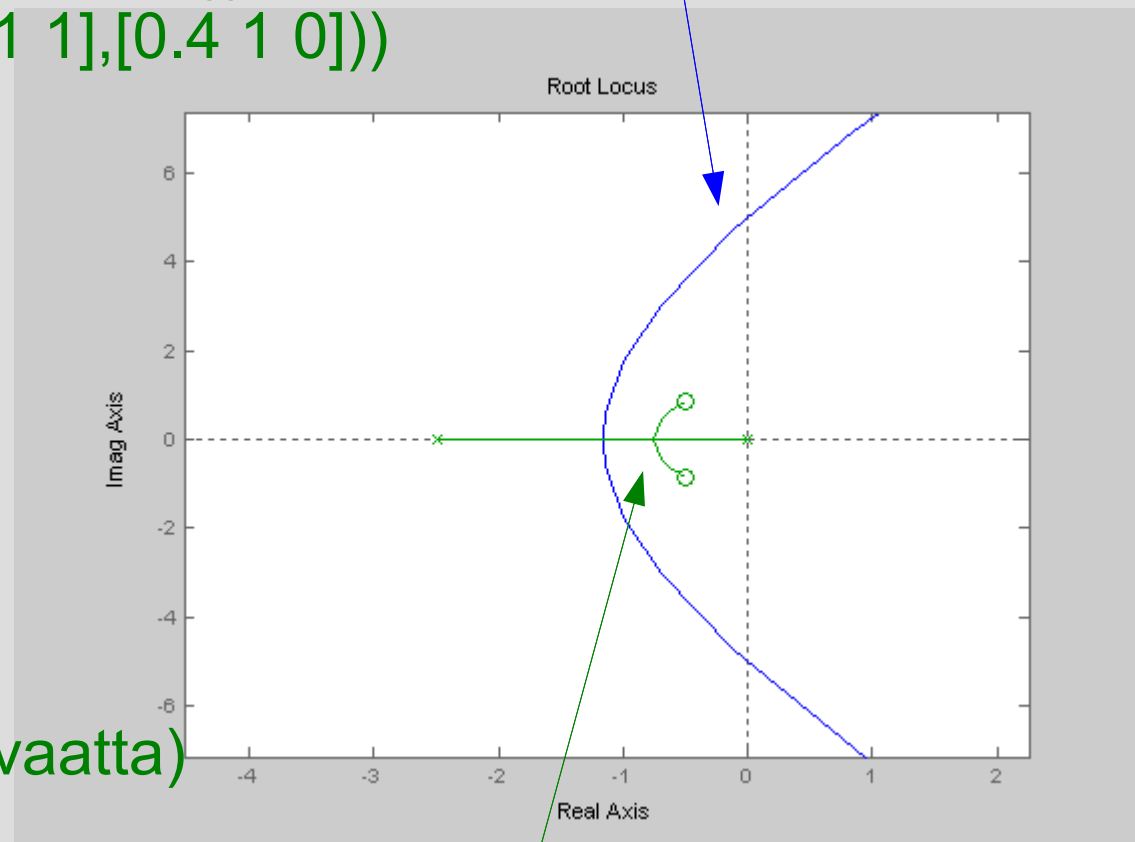
Ratkaisu

```
>> g1 = tf(1,conv([0.1 1],[0.4 1 0]))  
>> g2 = tf([1 1 1],conv([0.1 1],[0.4 1 0]))  
>> rlocus(g1,g2)
```

Nollat siirtävät
juuriuran paikkaa!

Tulkinta aikatasossa:
Systeemiin lisättiin filteri
 s^2+s+1
(sisäänmenon 1 ja 2. derivaatta)

a) nollaton G



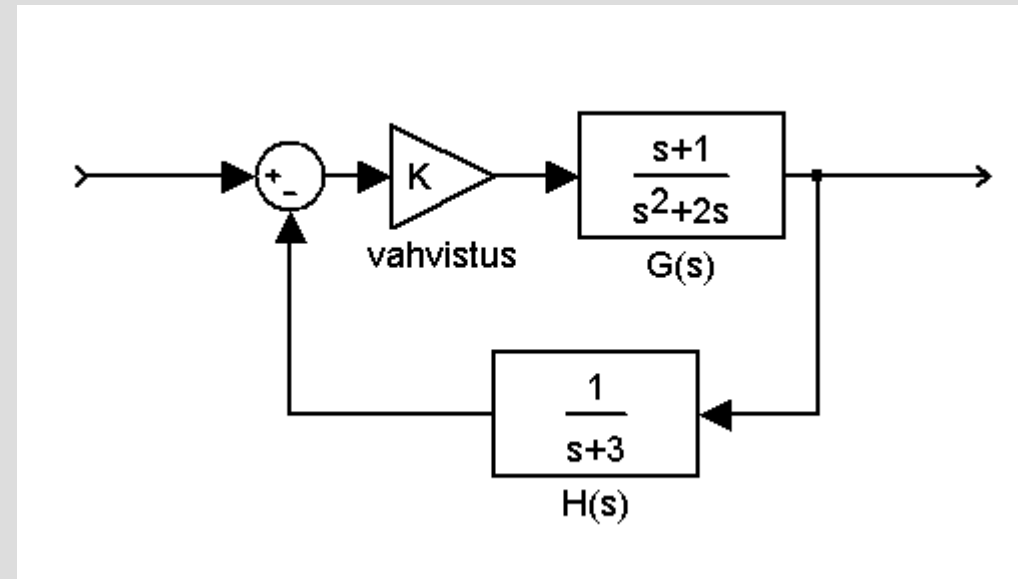
b) nollallinen G

Juuriura säätösuunnittelussa

Tehtävä

- Määrää vahvistus K siten, että ylitys on $< 20\%$ ja asettumisaika on < 2 sekuntia.

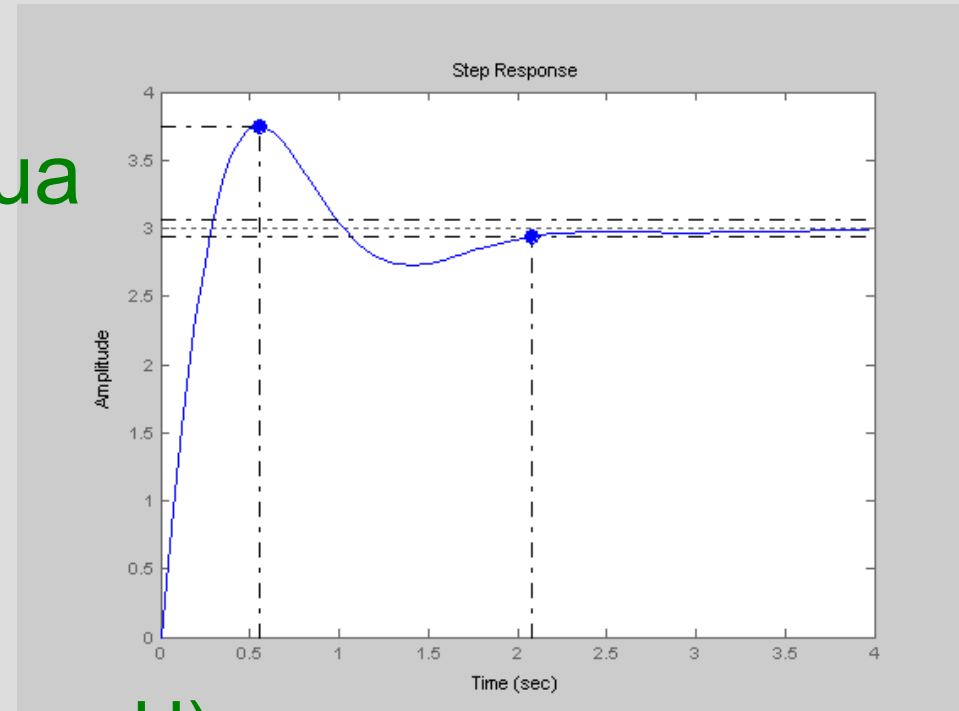
1. Hae halutut napojen paikat
2. Piirrä juuriura ja hae sopiva vahvistus.
3. Tarkista vaste simuloimalla
4. Iteroi vahvistusta kunnes ok, tai muuta säätimen rakennetta



Juuriura säätösuunnittelussa

Ratkaisu

3. Tarkistetaan tulos simuloimalla suunniteltua suljettua piiriä



```
>> K = 14
```

```
>> sys_cl = feedback(K*sysG, sysH);
```

```
>> step(sys_cl)
```

4. Ylitys > 20% (nollan vaikutus)

=> pienennä vahvistusta ja iteroi...