

## Napoleonin lauseen todistus

Olkoon  $ABC$  kolmio ja  $BAS$ ,  $CBT$  ja  $ACU$  tasasivuisia kolmioita. Olkoot  $D$ ,  $E$  ja  $F$  näiden kolmioiden keskipisteet. Kolmioiden  $BAS$  ja  $CBT$  ympäri piirretyt ympyrät (joiden keskipisteet ovat  $D$  ja  $E$ ) leikkaavat toisensa pisteissä  $B$  ja  $P$ . Koska  $ASBP$  ja  $BTCP$  ovat jännelikulmioita ja  $\angle ASB = \angle BTC = 60^\circ$ , niin  $\angle BPA = \angle CPB = 120^\circ$ . Mutta silloin  $\angle APC = 360^\circ - 2 \cdot 120^\circ = 120^\circ$ . Tästä seuraa, että  $P$  on myös kolmion  $ACU$  ympäri piirretyllä ympyrällä. Toisiaan leikkaavien ympyröiden keskipisteitä yhdistävä jana on kohtisuorassa ympyröiden leikkauspisteitä yhdistävää janaa vastaan. Siis  $DE \perp PB$  ja  $FE \perp CP$ . Mutta koska  $\angle CPB = 120^\circ$ , on oltava  $\angle DEF = 60^\circ$ . Samalla tavalla nähdään, että kolmion  $DEF$  muutkin kulmat ovat  $= 60^\circ$ . Kolmio  $DEF$  on siis tasasivuinen.

