

# Analyysi I

## Välikoe 4, 13.4.2010

Kirjoita vastauspaperin yläreunaan jos haluat **muuttaa** statuksesi koskien tuloksen näkymistä kurssin verkkosivulla.

Muistutuksena vielä välikokeen säännöt:

- Kokeen palautus viimeistään keskiviikkona 14.4 klo 14:10.
- Tehtävien ratkaisemisessa saa käyttää apuna kirjallista materiaalia, tietokoneita, ja muita ihmisiä. Erityisesti siis ongelmia voi ratkoa ryhmissä.
- Kuitenkin jokainen palauttaa tavalliseen tapaan oman, itse kirjoittamansa ratkaisun. Keskeistä on, että ymmärtää kirjoittamansa ratkaisut, eikä vaan kopioi niitä.
- Viimeksi mainittua ymmärtämistä tarkastetaan pyytämällä (satunnaisesti valittua) osaa vastaajista selittämään tiettyä ratkaisuaan erikseen sovittuun aikaan.
- Kannattaa seurata kurssin verkkosivua mahdollisten selvennysten varalta (mikäli joku esittää tehtävistä kysymyksiä).

### Tehtävät

1. Tutki millä arvoilla  $s \in \mathbb{R}$  integraali

$$(a) \int_0^1 \frac{\sin x}{x^s} dx \quad (b) \int_0^\infty \frac{1}{x^s(1+x)} dx$$

suppenee itseisesti/suppenee ehdollisesti/hajaantuu.

2. Laske  $f'(x)$  kun

$$(a) f(x) := \int_0^{x^2} t^n dt \quad (b) f(x) := \int_0^{x^2} g(t) dt.$$

Kerro mitkä vaatimukset luvulle  $n$  ja funktiolle  $g$  pitää asettaa, jotta laskusi ovat varmasti päteviä.

(Vihje (a) kohtaan: laske ensin integraali. Vihje (b) kohtaan: (a) kohta.)

3. Olkoon  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  aidosti kasvava. Määritellään toinen funktio  $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  kaavalla

$$g(x) := \begin{cases} 0 & \text{kun } x \in [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}], \\ f(x) & \text{kun } x \in [0, 1] \setminus [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]. \end{cases}$$

Osoita, että  $g$  on Riemann integroitava välillä  $[0, 1]$ .